ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er MARS 1915.

PRÉSIDENCE DE M. Ed. PERRIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie la mort de deux Correspondants et donne lecture des deux Notices suivantes, dues à M. B. Baillaud :

Le 16 avril 1914, à l'âge de 76 ans, est mort à West Nyack, N. Y., *George-William Hill*, Correspondant de l'Académie dans la Section d'Astronomie, à laquelle il appartenait depuis 1903.

Né à New-York le 3 mars 1838, il avait, dès l'âge de 21 ans, étudié la *Mécanique céleste* de Laplace et avait donné un excellent travail sur la Figure de la Terre. Attaché immédiatement au Bureau du *Nautical Almanac*, il y fut le plus actif collaborateur de Newcomb. D'un caractère modeste, d'un esprit élevé, tout ce qu'il a écrit révèle une grande sûreté de critique et une puissante originalité, associées à la clarté et à la concision de sa rédaction. De 1905 à 1907, l'Institut Carnegie a publié ses Œuvres mathématiques en 4 volumes in-4°, dont le premier contient une Notice biographique et historique par H. Poincaré. Les travaux qu'il a terminés depuis suffiront à faire un cinquième Volume.

La revue anglaise *Nature* du 18 février annonce la mort, survenue le 24 janvier, de l'astronome allemand prof. *G.-F.-J. Auwers*, de Berlin.

Auwers était Correspondant de notre Académie, dans la Section d'Astronomie, depuis 1892.

Longtemps Secrétaire perpétuel de l'Académie de Berlin, il avait consacré sa vie scientifique aux recherches concernant les étoiles fondamen-

tales, dont il a formé un important catalogue. En 1887, à Paris, il avait été l'un des vice-présidents du Congrès de la Carte photographique du Ciel. Il n'a pas signé l'appel des intellectuels allemands aux nations civilisées.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome V des *Procès-verbaux des Séances de l'Académie, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835, est en distribution au Secrétariat. Ce Volume comprend les procès-verbaux de 1812 à 1815.

ZOOLOGIE. — *Sur les formes adaptatives du* Scyllarus arctus *L. et sur le développement post-larvaire des Scyllares.* Note de M. **E.-L. Bouvier.**

Notre *Scyllarus arctus*, vulgairement connu sous le nom de *cigale de mer*, est un Crustacé macroure assez commun dans la Méditerranée; en dehors de cette mer, il se répand au Nord jusqu'aux îles anglo-normandes et à la pointe de Cornouailles, vers le Sud jusqu'aux Açores, à Madère et aux Canaries, sans doute également jusque sur la côte mauritanienne située en regard de ces dernières îles. Telle est du moins la distribution du *Scyllarus arctus* typique, mais celui-ci a sûrement donné naissance à deux formes dérivées, le *S. pygmæus* Sp. Bate et le *S. paradoxus* Miers qui semblent bien avoir acquis la dignité spécifique en s'adaptant à d'autres milieux.

Tandis que le *S. arctus* fréquente les eaux littorales ou sublittorales, le *S. pygmæus* est adapté aux profondeurs moyennes : trouvé par le *Challenger* aux Canaries sur un fond de 78 brasses, il a été l'objet de fréquentes captures par les expéditions françaises du *Travailleur* et du *Talisman* qui le prirent à des profondeurs semblables ou plus grandes, parfois même jusqu'à 1200^{m}. Cette espèce semble rare et localisée dans la zone subtropicale comprise entre Madère, les Canaries et les îles du Cap-Vert. Mais il pourrait se faire qu'elle soit plus commune et de distribution plus étendue. Car elle fut très mal caractérisée par Spence Bate qui n'en possédait que deux exemplaires, et l'on a dû fréquemment la confondre avec le *S. arctus* [1].

---

(1) Dans un bocal de *S. arctus* de provenance méditerranéenne (d'après l'étiquette tout au moins), j'ai trouvé une dizaine de *S. arctus* très typiques et cinq exemplaires de *S. pygmæus*. J'hésite toutefois à dire que cette dernière espèce habite la Méditerranée, car le même bocal renfermait deux exemplaires d'un Scyllare chinois, le *S. Haani* Berthold.

Elle diffère de ce dernier par toute une série de traits (sur lesquels j'insisterai ailleurs), et en particulier par sa taille fort réduite; ses plus grands exemplaires atteignent au plus 40mm; ce qui est la dimension des jeunes *S. arctus* où s'indique à peine la maturité sexuelle.

Le *S. paradoxus*, au contraire, a conservé la taille du *S. arctus* et habite comme lui la zone côtière ou subcôtière. Mais il s'est répandu vers le Sud dans les eaux africaines et doit être considéré comme un *S. arctus* adapté aux régions tropicales. Jusqu'ici, on n'en connaissait que deux exemplaires jeunes recueillis à Gorée par le baron Maltzan, en 1881; mais l'année dernière, au cours de la campagne effectuée par M. le comte Jean de Polignac à bord de son yacht *Sylvana*, il a été retrouvé par M. Gain en Guinée portugaise. Je montrerai plus loin qu'il se trouve également au Gabon. C'est, à l'heure actuelle, une espèce bien distincte, caractérisée par tout un ensemble de particularités frappantes, entre autres par la présence de trois éperons sur le dernier sternite thoracique et par l'atrophie complète de la dent rostrale.

Développement post-larvaire des Scyllares. — Dans une Note parue dans ce Recueil en 1913 (*Comptes rendus*, t. 156, p. 1643), j'ai montré que les deux Crustacés de Nice décrits par Sarato sous les noms de *Nisto lævis* et de *Nisto asper* représentent le stade post-larvaire ou natant du *S. arctus*, c'est-à-dire l'état intermédiaire qui sort du phyllosome de cette espèce et conduit à la forme définitive. Mon opinion avait pour fondement l'étude minutieuse d'un certain nombre de *Nisto lævis* que Sarato avait envoyés au Muséum quand il fit son intéressante découverte. Bien que fort différents du Scyllare adulte, ces exemplaires présentaient avec ce dernier quelques traits indéniables de la même nature spécifique; par malheur, je ne trouvai dans la collection aucun exemplaire de *Nisto asper* et je supposai que cette forme représentait un autre stade post-larvaire de notre Scyllare.

Cette présomption vient d'être confirmée par un fait. En étudiant les Scyllaridés recueillis par la *Princesse-Alice*, j'eus la grande satisfaction d'y trouver un exemplaire de *Nisto asper* : rugueux sur toute sa face dorsale, muni de pointes épineuses sur la partie basilaire des antennules et des antennes, de lobes profonds sur la partie terminale de ces dernières, de fortes carènes sur les tergites abdominaux, d'une pointe terminale et de dentelures sur les épimères des mêmes segments; la carapace est très déprimée et la taille plus réduite que celle du *Nisto lævis*. Ce sont là tous les caractères attribués au *Nisto asper* par Sarato et l'exemplaire

de la *Princesse-Alice* appartient bien réellement à la même forme. Il fut capturé à Porto-Santo, un peu au nord de Madère, c'est-à-dire dans une région qu'habite à coup sûr le *S. arctus*. Il présente d'ailleurs, non seulement tous les caractères du stade post-larvaire *nisto*, mais en outre certaines particularités propres au *S. arctus*. Il suit de là que cette dernière espèce, avant d'acquérir sa forme définitive, présente à partir du phyllosome deux stades *nisto* successifs probablement séparés par une mue : l'un petit (14^{mm}-16^{mm}), déprimé, rugueux, et riche en épines ou spinules; l'autre plus grand (18^{mm}-20^{mm}) et plus convexe, lisse, presque totalement dépourvu d'épines; le premier est le stade *nisto asper*, le second le stade *nisto lævis*. Les deux formes décrites par Sarato comme des espèces autonomes représentent en réalité deux états post-larvaires du *S. arctus*.

Ces constatations intéressantes m'ont permis d'étudier comme il convient les stades post-larvaires d'autres espèces de Scyllares.

Je ferai remarquer tout d'abord que j'avais pris pour une espèce autonome de Scyllares le *nisto asper* dont j'ai donné plus haut la brève esquisse. A cette époque, je ne connaissais pas nos types de *nisto lævis* et l'on ignorait tout du développement post-larvaire des Scyllares. J'avais décrit l'exemplaire de la *Princesse-Alice* sous le nom de *Scyllarus* (*Arctus*) *crenulatus* (*Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 480).

Je n'ai pas vu l'immature trouvé par le *Challenger* aux Canaries et décrit par Spence Bate, en 1888, sous le nom de *Scyllarus immaturus*. Mais d'après la description et la figure qu'en a données l'auteur, on peut affirmer que cet exemplaire est un *nisto* du second stade. Il ressemble étrangement au *nisto lævis*, et, d'après la structure de ses antennules, les dents de ses pédondules antennaires, il se rapproche surtout du *S. pygmæus*. On doit le considérer, presque sans doute, comme un représentant du second stade post-larvaire de cette dernière espèce.

Le Muséum possède un *nisto* capturé au Gabon par M. le lieutenant Heurtel, depuis capitaine de frégate. Comme le *S. paradoxus*, il est dépourvu de dent rostrale et appartient sans doute à cette espèce. C'est un *nisto* du premier stade et assez semblable au *nisto asper* dont il se distingue surtout par ses épines et spinules beaucoup moins nombreuses, de même que par l'absence de toute saillie rostrale.

En étudiant les collections du *Blake* jadis communiquées à mon maître A. Milne-Edwards, il m'a été possible de rapporter au *Scyllarus americanus* S.-I. Smith un *nisto* recueilli par Stimpson dans la mer des Antilles. Ce nisto me paraît être au premier stade, car il n'est pas sans rugosités et plu-

sieurs de ses épimères abdominaux se terminent en pointe; comme certains individus de *S. americanus*, il présente une saillie rostrale rudimentaire.

Peut-être faudra-t-il regarder comme appartenant au second stade post-larvaire de la même espèce un exemplaire capturé par l'*Albatros* au large de Long-Island et décrit par S.-I. Smith, en 1881, sous le nom de *Scyllarus depressus*. Je sais bien que le *S. americanus* est une espèce tropicale et qu'on ne l'a pas signalé aussi loin vers le Nord, mais les phyllosomes sont des organismes pélagiques qui peuvent être emportés fort loin par les courants. En tout cas, le *nisto depressus* présente surtout des ressemblances avec le nisto du *S. americanus*, et les seuls caractères qui l'en distinguent, autant qu'on en peut juger, c'est la disposition des pointes abdominales qui se localisent sur le deuxième segment.

Jusqu'ici, on ne connaît pas les nistos des autres espèces de Scyllares, mais l'étude précédente permettra sans doute de combler peu à peu cette lacune. Car tous les Scyllares quittent certainement le phyllosome sous la forme *nisto* et certainement aussi la forme *nisto* comporte deux stades successifs, le premier plus ou moins spinuleux et rugueux, fortement déprimé; le second plus convexe, et à peu près lisse en dehors des carènes. Étant donné le parallélisme frappant qui existe entre le développement des Scyllares et celui des Langoustes, il y a des raisons de croire que ces dernières traversent aussi deux stades *puerulus*, car les puerulus représentent un état post-larvaire qui correspond exactement à celui des nistos.

Ainsi, chaque jour apporte un éclaircissement nouveau à l'histoire, jusqu'ici restée mystérieuse, du développement des Scyllaridés et des Palinuridés. Mais un point reste à élucider : les Scyllares et les Langoustes sont des animaux communs, tandis que le *nisto* des premiers et le *puerulus* des secondes comptent parmi les raretés zoologiques. Où se tiennent normalement ces formes post-larvaires? Depuis leur découverte, on n'a pas retrouvé, que je sache, les nistos de notre Scyllare, et pourtant Sarato observait qu'ils se rencontrent assez communément à Nice, où les pêcheurs au *gangui* les désignent sous le nom de *machottes blanches*. Je signale cette observation aux zoologistes qui fréquentent la Côte d'Azur et les autres parties du littoral méditerranéen.

ALGÈBRE. — *Sur les sommes de puissances semblables des nombres entiers.* Note (¹) de M. **Haton de la Goupillière.**

1. Les sommes de puissances semblables d'exposant k des nombres entiers de 1 à n s'évaluent *chacune au moyen de toutes les précédentes*, en faisant successivement $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$, dans la formule classique

$$(1)\quad S_k = \frac{(n+1)^{k+1}-1}{k+1} - \frac{k}{2}S_{k-1} - \frac{k(k-1)}{2.3}S_{k-2} - \frac{k(k-1)(k-2)}{2.3.4}S_{k-3} - \ldots$$

J'ai cherché à exprimer au contraire *directement* S_k par un polynome ordonné suivant les puissances de n.

Dans l'égalité précédente, les termes constants se détruisent et le monome du degré le plus élevé est $\frac{n^{k+1}}{k+1}$. Nous poserons donc

$$(2)\quad S_k = \frac{n^{k+1}}{k+1} + A_k n^k + B_k n^{k-1} + C_k n^{k-2} + \ldots + U_k n^2 + V_k n,$$

à l'aide d'inconnues provisoires qui dépendent à la fois de leurs rangs et de l'exposant fondamental k.

Formulons $S_{k-1}, S_{k-2}, S_{k-3}, \ldots$ en changeant successivement dans ce type général k en $k-1$, $k-2$, $k-3$, ... et substituons ces expressions dans la relation (1); elle deviendra

$$\begin{aligned}
&\frac{n^{k+1}}{k+1} + A_k n^k + B_k n^{k-1} + C_k n^{k-2} + D_k n^{k-3} + \ldots \\
&= \frac{n^{k+1}}{k+1} + \frac{n^k}{1} + \frac{k}{1.2}n^{k-1} + \frac{k(k-1)}{1.2.3}n^{k-2} + \frac{k(k-1)(k-2)}{1.2.3.4}n^{k-3} + \ldots \\
&\quad - \frac{k}{1.2}\left(\frac{n^k}{k} + A_{k-1}n^{k-1} + B_{k-1}n^{k-2} + C_{k-1}n^{k-3} + D_{k-1}n^{k-4} + \ldots\right) \\
&\quad - \frac{k(k-1)}{1.2.3}\left(\frac{n^{k-1}}{k-1} + A_{k-2}n^{k-2} + B_{k-2}n^{k-3} + C_{k-2}n^{k-4} + D_{k-2}n^{k-5} + \ldots\right) \\
&\quad - \frac{k(k-1)(k-2)}{1.2.3.4}\left(\frac{n^{k-2}}{k-2} + A_{k-3}n^{k-3} + B_{k-3}n^{k-4} + C_{k-3}n^{k-5} - D_{k-3}n^{k-6} + \ldots\right) \\
&\quad - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

En égalant séparément à zéro les coefficients des diverses puissances

(¹) Séance du 22 février 1915.

de n, nous formons cet ensemble de relations

$$A_k = 1 - \frac{1}{1.2},$$

$$B_k = \frac{k}{1.2} - \frac{k}{1.2}A_{k-1} - \frac{k}{1.2.3},$$

$$C_k = \frac{k(k-1)}{1.2.3} - \frac{k}{1.2}B_{k-1} - \frac{k(k-1)}{1.2.3}A_{k-2} - \frac{k(k-1)}{1.2.3.4},$$

$$D_k = \frac{k(k-1)(k-2)}{1.2.3.4} - \frac{k}{1.2}C_{k-1} - \frac{k(k-1)}{1.2.3}B_{k-2}$$
$$- \frac{k(k-1)(k-2)}{1.2.3.4}A_{k-3} - \frac{k(k-1)(k-2)}{1.2.3.4.5},$$

....

On voit que A_k est constant, et par suite B_k multiple de k. Par conséquent, B_{k-1} renferme le facteur $k-1$, et C_k se trouve contenir partout $k(k-1)$. Il s'ensuit que C_{k-1} est de son côté un multiple de $(k-1)(k-2)$, et B_{k-2} de $k-2$; ce qui montre que D_k présente dans tous ses termes le produit $k(k-1)(k-2)$; et ainsi de suite.

2. Le développement (2) prend donc la forme

$$(3)\quad S_k = \frac{n^{k+1}}{k+1} + P n^k + P_1 k n^{k-1} + P_2 k(k-1) n^{k-2} + P_3 k(k-1)(k-2) n^{k-3} + \ldots,$$

avec de nouvelles inconnues P_i qui dépendent de i, mais non plus de k, lequel vient d'être mis en évidence.

Pour déterminer ces coefficients, j'établirai la proposition suivante : *Toute somme S_k, quel que soit son ordre k, est divisible par le binome $n+1$.* En effet, la suite (1) se termine par $\frac{S_0}{k+1}$, c'est-à-dire $\frac{n}{k+1}$. Si l'on ramène ce terme en tête du développement, on peut l'écrire

$$S_k = \frac{(n+1)^{k+1} - (n+1)}{k+1} - \ldots - \frac{k}{2}S_2 - S_1.$$

Mais S_1, qui termine maintenant la série, a lui-même pour valeur $\frac{n(n+1)}{2}$. Lors donc qu'on fera $k=2$, on obtiendra pour S_2 un multiple de $n+1$; puis, comme conséquence, avec $k=3$, on aura pour S_3 un semblable multiple; et ainsi de suite indéfiniment.

3. J'exprime, d'après cela, que le polynome (3) s'annule pour $n = -1$, quel que soit k :

$$0 = \frac{1}{k+1} - P + P_1 k - P_2 k(k-1) + P_3 k(k-1)(k-2) - \ldots.$$

Multiplions par $k+1$, et isolons le premier terme dans un des membres de l'équation; il vient ainsi

$$(4) \qquad \begin{aligned} 1 = {} & (k+1)P - (k+1)kP_1 \\ & + (k+1)k(k-1)P_2 - (k+1)k(k-1)(k-2)P_3 + \ldots. \end{aligned}$$

En faisant successivement dans cette égalité $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$, nous formerons cette série de conditions du premier degré entre les inconnues P_i :

$$\begin{aligned} 1 &= 2P, \\ 1 &= 3P - 3.2P_1, \\ 1 &= 4P - 4.3P_1 + 4.3.2P_2, \\ 1 &= 5P - 5.4P_1 + 5.4.3P_2 - 5.4.3.2P_3, \\ 1 &= 6P - 6.5P_1 + 6.5.4P_2 - 6.5.4.3P_3 + 6.5.4.3.2P_4, \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Si maintenant nous constituons des groupes successifs avec les $1, 2, 3, 4, \ldots$, premières de ces équations, chacun de ces systèmes permettra d'exprimer immédiatement la plus avancée des inconnues qu'il renferme, en employant la notation des déterminants.

Le déterminant qui forme le dénominateur de P_i ne renfermant que des zéros d'un côté de sa diagonale, se réduit à son terme principal

$$\pm 2^{i+1}.3^{i}.4^{i-1}.5^{i-2}\ldots(i-1)^4 i^3 (i+1)^2 (i+2),$$

forme très favorable pour la simplification des fractions; le numérateur subira de son côté une série de simples dédoublements au moyen de ses déterminants mineurs. L'objet de notre recherche se trouve ainsi complètement atteint en ce qui concerne le développement *algébrique* cherché.

4. Quant à l'évaluation *numérique* effective des inconnues, on pourra, si l'on veut, pour plus de simplicité, éviter le mécanisme des déterminants. Leurs valeurs s'obtiennent en effet de proche en proche, en passant consécutivement d'une égalité à la suivante pour y substituer les résultats précé-

demment acquis. Il vient ainsi :

$$P=\frac{1}{2},\qquad P_1=\frac{1}{2^2.3}=\frac{1}{12},\qquad P_2=0,$$

$$P_3=-\frac{1}{2^4.3^2.5}=-\frac{1}{720},\qquad P_4=0,$$

$$P_5=\frac{1}{2^5.3^3.5.7}=\frac{1}{30\,240},\qquad P_6=0,$$

$$P_7=-\frac{1}{2^8.3^3.5^2.7}=-\frac{1}{1\,209\,600},\qquad P_8=0,$$

....

Nous pouvons d'après cela dresser le tableau suivant ([1]) des dix premières sommes :

$$S_0=\frac{n}{1},$$

$$S_1=\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2},$$

$$S_2=\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6},$$

$$S_3=\frac{n^4}{4}+\frac{n^3}{2}+\frac{n^2}{4}+0,$$

$$S_4=\frac{n^5}{5}+\frac{n^4}{2}+\frac{n^3}{3}+0-\frac{n}{30},$$

$$S_5=\frac{n^6}{6}+\frac{n^5}{2}+\frac{5}{12}n^4+0-\frac{n^2}{12}+0,$$

$$S_6=\frac{n^7}{7}+\frac{n^6}{2}+\frac{n^5}{2}+0-\frac{n^3}{6}+0+\frac{n}{42},$$

$$S_7=\frac{n^8}{8}+\frac{n^7}{2}+\frac{7}{12}n^6+0-\frac{7}{24}n^4+0+\frac{n^2}{12}+0,$$

$$S_8=\frac{n^9}{9}+\frac{n^8}{2}+\frac{2}{3}n^7+0-\frac{7}{15}n^5+0+\frac{2}{9}n^3+0-\frac{n}{30},$$

$$S_9=\frac{n^{10}}{10}+\frac{n^9}{2}+\frac{3}{4}n^8+0-\frac{7}{10}n^6+0+\frac{n^4}{2}+0-\frac{3}{20}n^2+0,$$

....

([1]) Pour m'assurer contre toute erreur, en raison de la grande complication de ces calculs, j'ai soumis ces divers polynomes à un triple contrôle : 1° j'ai calculé de nouveau chacun d'eux par la méthode *remontante* à l'aide de la formule (1); 2° j'ai constaté que les neuf derniers s'annulent bien pour $n=-1$; 3° j'ai vérifié leur exactitude numérique dans le cas particulier $n=3$.

5. Les puissances ([1]) d'*ordres prépondérants* s'y trouvent disposées en colonnes verticales; celles d'*égal exposant* s'y lisent au contraire suivant des lignes parallèles inclinées. Nous pouvons également instituer des formules qui nous fassent connaître les coefficients d'après ce nouvel ordre.

A cet effet, nous ferons abstraction de l'objectif spécial (concernant les nombres entiers) en vue duquel se sont trouvés introduits le polynome (2) et la formule (1). Nous les considérerons l'un et l'autre en eux-mêmes comme des fonctions d'une variable *continue* n. On peut alors envisager la dérivée S'_k. Nous voyons (2) qu'elle aura comme dernier terme V_k, auquel la réduira l'hypothèse $n = 0$.

Différentions d'après cela l'égalité (1) mise préalablement sous la forme

$$S_k = \frac{(n+1)^{k+1} - 1}{k+1} - \ldots - \frac{k(k-1)}{2.3} S_3 - \frac{k}{2} S_2 - S_1 - \frac{S_0}{k+1}.$$

Nous obtiendrons par là

$$S'_k = (n+1)^k - \ldots - \frac{k(k-1)}{2.3} S'_3 - \frac{k}{2} S'_2 - S'_1 - \frac{S'_0}{k+1},$$

et en faisant $n = 0$

$$V_k = 1 - \ldots - \frac{k(k-1)}{2.3} V_3 - \frac{k}{2} V_2 - V_1 - \frac{1}{k+1},$$

car $S_0 = n$, et $S'_0 = 1$. De là l'égalité

$$(5) \qquad \frac{k}{k+1} = V_1 + \frac{k}{2} V_2 + \frac{k(k-1)}{2.3} V_3 + \frac{k(k-1)(k-2)}{2.3.4} V_4 + \ldots,$$

([1]) La recherche qui précède peut aussi être abordée par une autre voie, qui semblera même au premier abord plus directe. En égalant simplement $S_k^{(n)}$ à un polynome indéterminé (sans faire nullement intervenir la formule classique), on exprimera que

$$S_k^{(n+1)} - S_k^{(n)} = (n+1)^k.$$

En développant cette identité et égalant les coefficients de chacune des puissances de n, on se trouve conduit à la forme (3), à partir de laquelle se poursuivent les mêmes calculs.

J'ai dû toutefois préférer le mode précédent, car on sait que la méthode des coefficients indéterminés est à bon droit suspecte lorsqu'on l'applique sans une connaissance suffisamment précise du type cherché, de telle sorte qu'il n'y manque plus que les valeurs mêmes de ses coefficients. Or la formule classique (1) nous procure précisément cette certitude préalable que les deux puissances extrêmes du développement sont n et n^{k+1}. Faute de cette connaissance *a priori*, on se trouve entraîné dans des embarras qu'il est inutile d'analyser ici, puisqne nous les évitons avec la marche qui a été suivie.

toute semblable, pour la détermination des V_k, à la relation (4) qui nous a procuré, à l'égard des P_i : d'une part, l'expression algébrique de chacun d'eux à l'aide de la notation des déterminants, et aussi leur évaluation numérique de proche en proche. On retrouve de cette manière très exactement la suite des nombres V_k échelonnés le long de l'*hypoténuse* de notre tableau triangulaire [1].

Ce procédé se généralise d'ailleurs pour nous fournir les autres coefficients. Une seconde différenciation, suivie encore de l'hypothèse $n = 0$, nous fera connaître la série des $U_k(2)$ qui occupent la première parallèle à l'hypoténuse; et ainsi de suite pour les autres inconnues.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1915 a été ouvert à la séance du 15 février et clos à celle du 1er mars.

Le dépouillement des cahiers de vote a donné les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Francœur, Bordin.* — MM. Jordan, Émile Picard, Appell, Painlevé, Humbert, Hadamard, Darboux, Boussinesq, Vieille.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lecornu, Duhem.

Cette Commission est également chargée de proposer une question pour le *Grand Prix des Sciences mathématiques* à décerner en 1918.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Poncelet, Boileau.* — MM. Boussinesq, Deprez, Léauté, Sebert, Vieille, Lecornu, Schlœsing, Haton de la Goupillière, Bertin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Darboux, Villard.

Cette Commission est également chargée de proposer une question pour le *prix Fourneyron* à décerner en 1918.

---

[1] Il est difficile, à l'aspect de ce tableau, de se défendre de cette double conjecture que les coefficients des diverses sommes S_k (sauf pour le second d'entre eux) soient nuls de deux en deux, et ceux qui subsistent de signes alternés. Mais je n'en possède pas la démonstration. Je n'ai pas voulu pour cela retarder la publication de cette Note, et je me borne à signaler cette supposition à l'attention des chercheurs qu'elle pourrait intéresser. Cette nullité périodique semble pouvoir tenir à ce que la série des coefficients du binome de Newton qui constitue la formule (3) possède, selon la parité de k, un ou deux termes du milieu.

III. Astronomie : *Prix Pierre Guzman, Lalande, Valz, G. de Pontécoulant.* — MM. Wolf, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Darboux, Lippmann, Picard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Jordan, Appell.

Cette Commission est également chargée de proposer une question pour le *prix Damoiseau* à décerner en 1917.

IV. Géographie : *Prix Tchihatchef, Gay.* — MM. Grandidier, Bassot, Guyou, Hatt, Bertin, Lallemand, Darboux, Perrier, Prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard, Douvillé.

Cette Commission est également chargée de proposer une question pour le *prix Gay* à décerner en 1918.

V. Navigation : *Prix extraordinaire de six mille francs, Plumey.* — MM. Grandidier, Boussinesq, Deprez, Léauté, Bassot, Guyou, Sebert, Hatt, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu.

VI. Physique : *Prix Hébert, Hugues, H. de Parville, Gaston Planté, Pierson-Perrin.* — MM. Lippmann, Violle, Bouty, Villard, Branly, N..., Boussinesq, Picard, Carpentier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, d'Arsonval.

VII. Chimie : *Prix Jecker, Cahours, Montyon, Houzeau.* — MM. Gautier, Lemoine, Haller, Le Chatelier, Jungfleisch, Moureu, Schlœsing, Carnot, Maquenne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, Sabatier.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Delesse, Joseph Labbé, Victor Raulin, Cuvier.* — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, De Launay, N..., A. Lacroix, Depéret, Gosselet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrier, Zeiller.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de Coincy, Thore, Rufz de Lavison.* — MM. Guignard, Bonnier, Prillieux, Zeiller, Mangin, Costantin, Perrier, Müntz, Bouvier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : M. Gautier, le Prince Bonaparte.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Savigny, da Gama Machado*. — MM. Ranvier, Perrier, Delage, Bouvier, Henneguy, Marchal, Grandidier, Müntz, Prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Schlœsing, Laveran.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, baron Larrey, Bellion, Mège, Argut, Chaussier, Dusgate*. — MM. Bouchard, Guyon, d'Arsonval, Laveran, Dastre, Charles Richet, Chauveau, Guignard, Roux, Labbé, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage, Landouzy.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, Philipeaux, Lallemand, Pourat, Fanny Emden*. — MM. Chauveau, Bouchard, d'Arsonval, Roux, Laveran, Dastre, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard, Richet.

Cette Commission est également chargée de proposer des questions pour les *prix Pourat* à décerner en 1917 et 1918.

XIII. Statistique : *Prix Montyon*. — MM. de Freycinet, Haton de la Goupillière, Darboux, Picard, Carnot, Labbé, Prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Tisserand.

XIV : Histoire des Sciences : *Prix Binoux*. — MM. Darboux, Grandidier, Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, De Launay.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrier, Duhem.

XV. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot*. — MM. Perrier, Jordan, Darboux, A. Lacroix.

XVI. *Prix Henri Becquerel, Gegner, Lannelongue, Gustave Roux, Trémont*. — MM. Perrier, Jordan, Darboux, A. Lacroix, Émile Picard, Zeiller.

XVII. *Prix Wilde*. — MM. Darboux, Lippmann, Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix, Le Chatelier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Grandidier, Gautier.

XVIII. *Prix Lonchampt*. — MM. Chauveau, Guignard, Roux, Prillieux, Laveran, Dastre, Mangin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Maquenne, Richet.

XIX. *Prix Saintour.* — MM. Jordan, Darboux, Boussinesq, Lippmann, Picard, Léauté, Appell.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Hamy.

XX. Ouvrages de Sciences : *Prix Henri de Parville.* — MM. Perrier, Jordan, Darboux, A. Lacroix, Picard, Le Chatelier, Carnot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Gautier, de Freycinet.

XXI. *Prix Vaillant.* — MM. Lippmann, Violle, Le Chatelier, Bouty, Villard, Branly, Moureu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lemoine, Hamy.

XXII. *Grand Prix des Sciences physiques.* — MM. Grandidier, A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Termier, Lallemand, De Launay.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Wallerant, Prince Bonaparte.

XXIII. Question de *prix Bordin* (*Sciences physiques*) à décerner en 1918. — MM. Schlœsing père, Bouchard, Gautier, Perrier, Guignard, A. Lacroix, Barrois.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, Douvillé,

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Le fascicule V du *Bulletin de l'Institut aérodynamique de Koutchino.*

2° Les livraisons XXXIV et XL (nouvelle série) des *Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse*, publiés par la Commission géologique de la Société helvétique des Sciences naturelles.

3° *Recherches géologiques et pétrographiques sur l'Oural du Nord, le bassin des rivières Wagram et Kakwa*, par Louis Duparc et Marguerite Tikanowitch.

4° *Osteology of the armored Dinosauria in the United States national Museum, witt special reference to the genus Stegosaurus*, by Charles Whitney Gilmore.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Mellish, faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Lyon.* Note de M. J. GUILLAUME, présentée par M. B. Baillaud.

Dates. 1915.	Temps moyen de Lyon.	☄ — ★. Δα.	Δδ.	Nombre de compar.	α apparente.	Log. fact. parallaxe.	δ apparente.	Log. fact. parallaxe.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Févr. 20....	16.30.59	+0.12,12	+11. 1,9	10: 8	17.15.42,06	—9,432	2.24.17,0	+0,783	*a*
» 20....	17. 2.50	—0. 9,60	+10.35,4	10: 5	17.15.42,92	—9,352	2.24.10,1	+0,781	*b*
» 23....	16. 4.24	»	— 4.18,1	: 6	»	»	2.10.30,2	+0,785	*c*
» 23....	16.14.56	+0.11,50	»	10:	17.19.29,34	—9,451	»	»	*d*
» 25....	16.55.33	+0. 7,41	— 8. 3,1	10:12	17.22. 3,68	—9,334	2. 1. 7,4	+0,784	*e*
» 26....	16.31. 2	—0.30,01	— 2. 1,5	10: 9	17.23.17,64	—9,395	1.56.27,4	+0,785	*f*

Positions des étoiles.

★.	α moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	δ moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a.......	17.15.29,31	+0,63	+2.13.32,1	−17,0	A.G. Albany, 5732
b.......	17.15.51,89	+0,63	+2.13.51,7	—17,0	A.G. Albany, 5733
c.......	17.19.17,15	+0,69	+2.15. 5,5	—17,2	Anon. 10e,5 rapp. à *d*
d.......	17.21.31,27	»	+2.12.45,1	»	A.G. Albany, 5766
e.......	17.21.55,52	+0,75	+2. 9.27,7	—17,2	A.G. Albany, 5782
f.......	17.23.46,88	+0,77	+1.58.46,1	—17,2	A.G. Albany, 5770

Remarques. — La comète a l'aspect d'une nébulosité sensiblement circulaire, bords vagues, d'environ une demi-minute d'arc de diamètre, avec légère condensation ou très petit noyau excentré vers le Sud; son éclat total est de 11e grandeur.

Les observations ont généralement été contrariées par l'état très défavorable et persistant du mauvais temps. Le 20, des nuages gênent, puis arrêtent la deuxième observation. Le 23, le ciel, très beau au début, se couvre rapidement et il neige avant la fin des mesures; l'étoile *c*, à peine repérée, a été rapportée à l'étoile *d* le 25. Le 25, ciel très pur, mais le vent du Nord, assez fort, fait bouger la lunette et lui imprime des déplacements de 7″. Le 26, la Lune, mais surtout un voile cirreux dont l'opacité augmente, a très gêné puis arrêté les mesures.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Mellish, faites à l'Observatoire de Marseille (chercheur de comètes).* Note de M. **Coggia**, présentée par M. B. Baillaud.

Dates. 1915.	Temps moyen de Marseille.	ΔR.	ΔD.	Nombre de comp.	R apparente.	Log. fact. parall.	D apparente.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Févr. 20...	17.22.14	+3.48,13	+ 6.36,9	15 : 5	17.15.46,05	$-\bar{1}$,308	+2.23.11,0	+0,761	1
» 23...	17.31.25	−2.22,66	+ 1.10,4	15 : 5	17.19.33,20	$-\bar{1}$,241	+2.10.21,2	+0,762	2
» 25...	17.39.58	+0. 8,36	− 8. 4,6	15 : 5	17.22. 4,28	$-\bar{1}$,177	+2. 1. 6,0	+0,763	3

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	R moyenne, 1915,0.	Réduction au jour.	D moyenne, 1915,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1......	6,3	17.11.57,28	+0,64	+ 2.16.51,2	−17,1	5708 Albany
2......	8,9	17.21.55,18	+0,68	+ 2. 9.27,8	−17,0	5770 Albany
3......	8,9	17.21.55,18	+0,74	+ 2. 9.27,8	−17,2	5770 Albany

La comète est diffuse, irrégulière, sans point brillant ni condensation. Éclat 11ᵉ.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une courbe dont tout point est un point de ramification.* Note [1] de M. **W. Sierpinski**, présentée par M. Émile Picard.

Le but de cette Note est de donner un exemple d'une courbe cantorienne et jordanienne en même temps, dont tout point est un point de ramification. (Nous appelons *point de ramification* d'une courbe $\mathcal{C}$ un point p de cette courbe, s'il existe trois continus, sous-ensembles de $\mathcal{C}$, ayant deux à deux le point p et seulement ce point commun.)

Soient T un triangle régulier donné; A, B, C respectivement ses sommets : gauche, supérieur et droit. En joignant les milieux des côtés du triangle T, nous obtenons quatre nouveaux triangles réguliers (*fig.* 1), dont trois, T_0, T_1, T_2, contenant respectivement les sommets A, B, C, sont situés parallèlement à T et le quatrième triangle U contient le centre du triangle T; nous exclurons tout l'intérieur du triangle U.

Les sommets des triangles T_0, T_1, T_2 nous les désignerons respectivement :

---

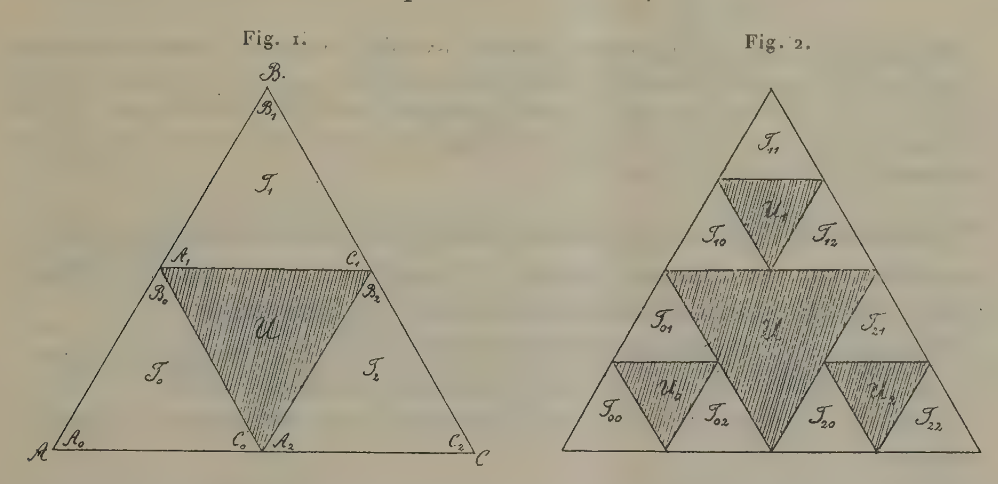
(1) Séance du 1er février 1915.

les sommets gauches, par A_0, A_1, A_2; supérieurs, par B_0, B_1, B_2; droits, par C_0, C_1, C_2.

Opérons sur chacun de triangles T_0, T_1, T_2 comme nous l'avons fait pour le triangle T : nous aurons neuf nouveaux triangles situés parallèlement au triangle T, lesquels nous désignerons par

$$T_{\lambda_1\lambda_2}(\lambda_1 = 0, 1, 2;\ \lambda_2 = 0, 1, 2)$$

et leurs sommets respectivement par $A_{\lambda_1\lambda_2}$, $B_{\lambda_1\lambda_2}$, $C_{\lambda_1\lambda_2}$, et trois nouveaux triangles U_0, U_1, U_2, situés parallèlement à U, dont les intérieurs seront



exclus (*fig.* 2). Avec chacun des triangles $T_{\lambda_1\lambda_2}$ procédons de même et ainsi de suite, en désignant toujours par $A_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}$, $B_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}$, $C_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}$ respectivement les sommets de gauche, supérieur et droit du triangle $T_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}$ et par $T_{\lambda_1\ldots\lambda_n 0}$, $T_{\lambda_1\ldots\lambda_n 1}$, $T_{\lambda_1\ldots\lambda_n 2}$ les nouveaux triangles, contenant respectivement les sommets $A_{\lambda_1\ldots\lambda_n}$, $B_{\lambda_1\ldots\lambda_n}$, $C_{\lambda_1\ldots\lambda_n}$; enfin par $U_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}$, le triangle situé parallèlement à U et inscrit dans $T_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}$.

Soit $\mathfrak{S}$ l'ensemble de tous les points du triangle T qui ne sont pas intérieurs à aucun des triangles

$$U, U_0, U_1, U_2, U_{00}, U_{01}, \ldots, U_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}.$$

On voit sans peine que l'ensemble $\mathfrak{S}$ est un continu non dense dans le plan : c'est donc une courbe cantorienne.

Soit p un point de la courbe $\mathfrak{S}$ qui n'est pas un sommet du triangle T et d'aucun des triangles $T_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}$. On voit sans peine qu'il existe une suite infinie d'indices 0, 1, 2, bien déterminée par le point p :

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \alpha_3, \ldots$$

telle que le point p est un point de tout triangle de la suite

(1) $$T_{\alpha_1}, \quad T_{\alpha_1\alpha_2}, \quad T_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}, \ \ldots.$$

Considérons la suite infinie des sommets

$$A_{\alpha_1}, \quad A_{\alpha_1\alpha_2}, \quad A_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}, \ \ldots$$

et soit P l'ensemble formé par le point p et par tous les points de chacun des segments

(2) $$A_{\alpha_1\ldots\alpha_i} \ A_{\alpha_1\ldots\alpha_{i+1}} \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots).$$

Plusieurs de ces segments peuvent se réduire aux points, mais une infinité d'entre eux a une longueur positive, car autrement nous aurions $A_{\alpha_1\ldots\alpha_i} \equiv A_{\alpha_1\ldots\alpha_i\alpha_{i+1}}$ pour $i = k, k+1, \ldots$ et le point $A_{\alpha_1\ldots\alpha_k}$ serait commun pour tous les triangles (1), ce qui donnerait $A_{\alpha_1\ldots\alpha_k} \equiv p$, contre l'hypothèse que p n'est un sommet d'aucun des triangles $T_{\lambda_1\ldots\lambda_n}$.

L'ensemble P est donc un ensemble infini. Il est aisé de voir que c'est un ensemble fermé et d'un seul tenant : l'ensemble P est donc un continu. D'autre part, P est évidemment sous-ensemble de l'ensemble $\mathfrak{S}$.

De même, en partant des suites infinies $B_{\alpha_1}, B_{\alpha_1\alpha_2}, B_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}, \ldots$ et $C_{\alpha_1}, C_{\alpha_1\alpha_2}, C_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}, \ldots$, nous définirons respectivement les continus Q et R.

Je dis que les continus P, Q et R ont deux à deux seulement le point p commun.

En effet, supposons que P et Q ont un point commun p', différent de p. Le point p', comme un point de P autre que p, sera un point initial ou intérieur d'un des segments de longueur non nulle de la suite (2), par exemple du segment

(3) $$A_{\alpha_1\ldots\alpha_k} \ A_{\alpha_1\ldots\alpha_k\alpha_{k+1}}$$

et, de même, pour un indice l, p' sera un point du segment

(4) $$B_{\alpha_1\ldots\alpha_l} \ B_{\alpha_1\ldots\alpha_l\alpha_{l+1}}.$$

Dans le cas $k = l$ on voit sans peine (en discutant séparément les trois cas $\alpha_{k+1} = 0, 1, 2$) que les segments (3) et (4) n'ont pas de points communs. Si $k \neq l$, par exemple $k < l$, on voit aisément que le segment (4) appartient au triangle $T_{\alpha_1\ldots\alpha_{k+1}}$, tandis que tous les points du segment (3), sauf le point $A_{\alpha_1\ldots\alpha_{k+1}}$ sont extérieurs au triangle $T_{\alpha_1\ldots\alpha_{k+1}}$. Dans aucun de ces cas le point p' ne peut être en même temps initial ou intérieur pour les segments (3) et (4). Nous avons donc démontré que les continus P et Q n'ont pas de points communs autres que p.

Nous avons donc démontré que tout point de la courbe $\mathfrak{S}$ qui n'est pas un sommet du triangle T et d'aucun des triangles $T_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_n}$ est un point

de ramification de la courbe $\mathcal{S}$. Quant aux sommets des triangles $T_{\lambda_1 \ldots \lambda_n}$ (excepté les sommets du triangle T), on voit sans peine que dans chacun

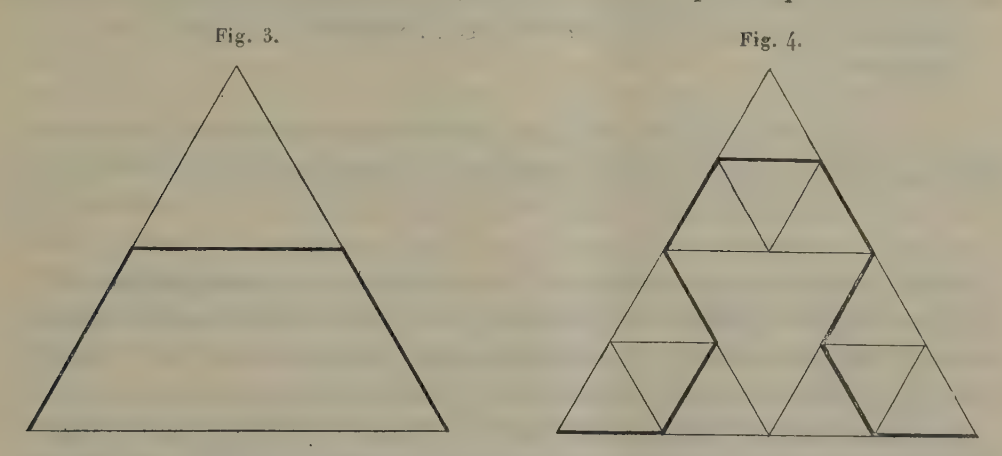


Fig. 3. Fig. 4.

d'eux se rencontrent quatre segments différents, situés entièrement sur l'ensemble $\mathcal{S}$.

Donc, tous les points de la courbe $\mathcal{S}$, sauf peut-être les points A, B, C, sont ses points de ramification.

Pour obtenir une courbe dont tous les points sans exception sont ses

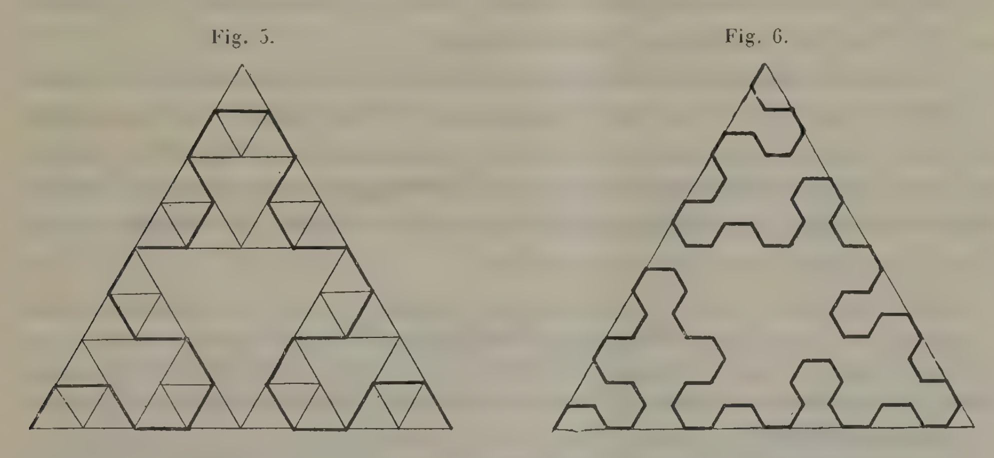


Fig. 5. Fig. 6.

points de ramification, il suffit de diviser un hexagone régulier en six triangles réguliers et dans chacun d'eux inscrire une courbe $\mathcal{S}$.

Remarquons qu'on pourrait démontrer sans peine que la courbe $\mathcal{S}$ est une courbe jordanienne. Or, la courbe $\mathcal{S}$ peut être regardée comme limite d'une suite de lignes brisées dont les premiers termes représentent les figures 3, 4, 5 et 6.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur la réduction catalytique de l'indigo et des colorants pour cuve.* Note [1] de M. **André Brochet**, présentée par M. A. Haller.

Les recherches que j'ai entreprises sur l'hydrogénation catalytique des liquides en présence des métaux communs [2], laquelle s'applique également aux corps solides en suspension dans l'eau, m'ont conduit à un nouveau procédé de réduction de l'indigo, de dérivés substitués de l'indigo et du thioindigo, de colorants pour cuve, c'est-à-dire de colorants qui sont régénérés par simple oxydation de leur leuco-dérivé, sous l'influence de l'oxygène atmosphérique, et enfin de certains colorants dont le leuco-dérivé demande pour régénérer le produit primitif un oxydant plus énergique que l'air.

La réduction de l'indigo s'effectue au moyen de l'hydrogène et en présence d'un métal hydrogénant quelconque. On peut, soit avoir recours aux métaux nobles : platine, palladium, etc. employés sous forme de noir ou de métal colloïdal, soit utiliser les métaux communs : nickel, cobalt, fer, etc. provenant, par exemple, de la réduction de leurs oxydes au moyen de l'hydrogène.

Dans la présente Note je m'occuperai plus particulièrement de la réduction de l'indigo en présence de *nickel actif*.

L'indigo sec ou sous forme de pâte est mis en suspension dans l'eau tenant en dissolution un peu de soude caustique et l'on ajoute du *nickel actif*, noyé à l'abri de l'air, dans de l'eau bouillie, aussitôt sa réduction. Si l'on agite ce mélange dans une atmosphère d'hydrogène, on constate la décoloration de l'indigo et son passage à l'état d'indigo blanc qui donne aussitôt la solution jaune verdâtre bien connue.

L'action se produit déjà à la température ordinaire, elle est excessivement rapide surtout si l'on opère vers 60°-80°. Elle a lieu également en présence de chaux; mais contrairement aux autres systèmes de réduction de l'indigo, elle s'effectue également hors de la présence des alcalis, en milieu neutre. Dans ce cas, l'opération se poursuit un peu plus lentement.

On peut employer les proportions suivantes : on délaye 10^{g} d'indigo artificiel et 5^{g} de *nickel actif* dans 250^{cm^3} d'eau additionnée de 10^{cm^3} de lessive de soude caustique. Le tout est placé au contact d'une atmosphère d'hydrogène, dans l'appareil en verre précédemment décrit [3]. La température est maintenue vers 70°. La réduction est

(1) Séance du 22 février 1915.

(2) André Brochet, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1351.

(3) André Brochet, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 15, 1914, p. 554.

complète au bout de 40 minutes d'agitation pour une absorbtion de 910$^{cm^3}$ d'hydrogène (mesuré humide, vers 15°). Le liquide filtré, pour le séparer du nickel, donne au contact de l'air une abondante fleurée bleue et l'indigo blanc se transforme d'autant mieux en indigo bleu que la solution ne risque pas de renfermer un excès de réducteur, ainsi que cela peut avoir lieu avec des réducteurs solubles, comme l'hydrosulfite. La proportion d'indigo en suspension pourra être considérablement augmentée.

En raison de la facilité de la réduction, l'opération peut être montée comme expérience de cours et l'on peut aisément se rendre compte de la vitesse d'absorption de l'hydrogène, de la transformation de l'indigo bleu en indigo blanc, puis de la réaction inverse.

Si l'on compare ce procédé au procédé Schützenberger, le plus en usage à l'heure actuelle, il est aisé de voir que 10^{kg} d'indigo pur (P. M. : 262) exigent pour leur réduction 7^{kg} d'hydrosulfite de sodium anhydre (exactement 6^{kg},641 de produit supposé à 100 pour 100 $S^2O^4Na^2$), alors que, par la méthode catalytique, il faut 1$^{m^3}$ d'hydrogène (exactement 76^g,3 d'hydrogène ou 851^l à 0° et 760^{mm}).

Le dispositif que j'ai indiqué précédemment comporte l'emploi d'un compteur à gaz très sensible, qui permet de suivre d'une façon très nette la marche des opérations et de comparer la vitesse de réduction de différents échantillons. J'ai pu observer ainsi que pour une même marque d'indigo synthétique, le produit qu'on trouve en pâte dans le commerce est réduit plus rapidement que le produit vendu à l'état sec. J'ai pu constater, en outre, que le *nickel actif* conserve ses propriétés pendant un temps fort long et que l'activité de ce catalyseur, abandonné pendant un an sous l'eau, reste du même ordre de grandeur.

L'hydrogène moléculaire pourra donc, en présence de catalyseurs, effectuer la saturation de la liaison éthylénique réunissant les deux noyaux constitutifs de l'indigo bleu :

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}NH\\CO\end{matrix}\right\rangle C = C\left\langle\begin{matrix}NH\\CO\end{matrix}\right\rangle C^6H^4,$$

et opérer sa transformation en indigo blanc. Mais cette transformation est accompagnée d'une transposition moléculaire, l'indigo blanc répondant à la formule (en admettant le dérivé sodé) :

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}NH\\C\end{matrix}\right\rangle\!\!\!/\!\!/ C - C \diagdown\!\!\!\diagdown\!\left\langle\begin{matrix}NH\\C\end{matrix}\right\rangle C^6H^4.$$
$$\begin{matrix}|\\O.Na\end{matrix}\qquad\qquad\begin{matrix}|\\O.Na\end{matrix}$$

La double liaison qui existe alors dans chaque noyau n'étant pas satu-

rable dans les conditions de l'essai, le terme indigo blanc ne sera pas dépassé.

Le présent procédé présente donc l'avantage de permettre d'obtenir économiquement des solutions concentrées d'indigo blanc, exemptes d'impuretés et de sels, qui pourront être concentrées dans le vide afin d'obtenir l'indigo blanc en pâte que certaines fabriques ont introduit dans le commerce depuis quelques années.

MINÉRALOGIE. — *Un mélaphyre permien des Pyrénées ariégeoises.* Note de M. J. CARALP.

Au-dessus des gîtes ferrifères de Bargnac et des Audreaux, subordonnés aux grès rouges saxoniens, se développent, aux environs de Nescus (Ariège), sous forme de coulées relativement épaisses, des masses noirâtres à facies basaltique, devenant roussâtres ou grises sous l'influence des agents atmosphériques.

L'examen macroscopique et optique de ces roches, dont la texture est presque toujours amygdalaire, montre qu'elles sont essentiellement composées de plagioclases, d'augite plus ou moins calcifiée et d'autre part de péridot, disséminés sans ordre dans un magma où abonde, à l'état microlitique, un feldspath basique qui, par ses extinctions en lumière polarisée, paraît devoir être rapporté au labrador.

De cette composition minéralogique, sensiblement la même quel que soit le facies des échantillons, il résulte que la roche de Nescus doit être classée dans la catégorie des mélaphyres augitiques.

Les minéraux accessoires sont peu représentés : on n'y rencontre guère que la magnétite et le fer titané, principalement inclus dans les minéraux basiques.

En revanche, les minéraux secondaires sont nombreux; à la décomposition de la matière feldspathique et aussi à celle du pyroxène se rapportent la calcite grenue qui remplit les veines de la roche, la calcite géodique en rhomboèdres zonés, en outre divers produits zéolitiques à base de chaux. D'autre part, l'altération de ces silicates, mettant en liberté la silice, donne fréquemment naissance à de beaux sphérolites calcédonieux (quartzine et calcédonite).

A la décomposition de l'augite se rattache un produit chloriteux de

couleur verte, la delessite, plus spécialement cantonnée sur les parois des cavités amygdalaires.

Quant au péridot, il présente, dans son altération, des processus différents :

1° Tantôt il se transforme par épigénie en un minéral vert, nettement polychroïque, devenant rouge et jaune, par altération sur la périphérie des cristaux et le long des cassures.

On doit le rapporter à la bowlingite.

2° Dans d'autres cas, l'altération du péridot donne naissance à un produit vert pâle d'apparence nuageuse, dénué d'ailleurs de polychroïsme et présentant entre les nicols croisés la polarisation d'agrégat. A de forts grossissements, la matière se montre composée de fibres grises, parfois légèrement bleutées, différemment orientées et constituant par leur assemblage une sorte de feutrage irrégulier.

3° Ailleurs, et le cas est fréquent, le péridot est plus ou moins converti en produits ferrugineux : tantôt c'est une simple rubéfaction de la surface; tantôt, et c'est le plus souvent, la couche rouge est recouverte d'une pellicule plus ou moins épaisse de nature métallique qui, à la lumière réfléchie, présente l'éclat et la couleur de l'acier poli. Les réactions chimiques et aussi l'examen de la matière en lumière transmise indiquent qu'on est en présence d'hématite.

Dans ce dernier cas, si la transformation épigénique est superficielle, la matière métallique disparaît rapidement à l'usure; pour peu qu'on pousse trop loin la minceur des lamelles destinées à l'examen optique, il ne reste plus sur le péridot décoloré que des taches, généralement diffuses, de couleur jaune ou rougeâtres.

Ainsi qu'il a été dit, ce mélaphyre constitue, à la partie supérieure des grès et argiles rouges du Saxonien, une nappe nettement définie; mais au-dessus se trouve une deuxième coulée, plus réduite d'ailleurs, ayant pour mur et pour toit des calcaires siliceux ou dolomitiques paraissant représenter dans cette contrée l'étage thuringien. Il résulte de cette particularité que l'épanchement volcanique date des derniers temps de l'époque primaire.

Le mélaphyre de Nescus, qui présente de nombreuses variations comme composition et comme texture, est particulièrement développé sur la rive droite de l'Arize en amont de Labastide de Sérou et tout spécialement sur les hauteurs de Bargnac et des Andreaux. Plus loin, dans la direction de Foix, nous n'avons recueilli que des débris épars. Mais sa présence, à l'état de galets, dans le poudingue éocène de Loubens, donne à présumer, les conditions géologiques étant les mêmes, qu'on pourra trouver en place dans la contrée située au Sud, soit au bas de la montagne d'Alzen, soit sur

le territoire de Montels et de Cadarcet, quelques lambeaux de coulées ayant échappé à l'ablation.

Son extension vers l'Ouest, dans la direction de Castelnau-Durban, est également probable, étant donné que dans l'intervalle, mais un peu en dehors de la zone primaire, on retrouve, à l'état de fragments, et engagées dans un tuf avoisinant Ségalas, des roches, très altérées d'ailleurs, ayant le facies et, jusqu'à un certain point, la composition de celles qui, à Nescus, proviennent de la décomposition du mélaphyre.

M. Lacroix, qui a fait une étude détaillée de cet agglomérat (*Comptes rendus*, t. 122, 1896, p. 146), y a reconnu des bombes volcaniques, des scories et autres matériaux de projection, et en outre des minéraux divers, pour la plupart d'origine secondaire, identiques à ceux qu'on trouve dans la roche altérée de l'Arize.

Les tufs de Ségalas représenteraient, par suite, les matériaux remaniés d'un volcan permien dont les parties aériennes, cône et cratère, et les éléments de projection auraient été entraînés au large jusqu'au milieu des sédiments liasiques.

A la même venue interne il semble qu'on puisse rapporter une roche similaire, jusqu'ici rencontrée seulement à l'état erratique. Elle a de grandes analogies avec la roche de Nescus, du moins en ce qui concerne le deuxième stade de consolidation; mais elle s'en sépare essentiellement en ce que, dans le magma microlitique, où sont noyés le péridot et le pyroxène, se montrent, toujours maclés et avec des dimensions relativement grandes, des feldspaths plagioclases le plus souvent corrodés sur les bords.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'azote libre et les plantes supérieures.* Note ([1]) de M. **Marin Molliard**, présentée par M. G. Bonnier.

La question de l'utilisation possible de l'azote libre par les plantes supérieures paraissait avoir reçu une réponse définitive à la suite des travaux de Boussingault; si l'on met à part les végétaux, tels que les Légumineuses, qui profitent de l'azote de l'air par l'intermédiaire de microorganismes symbiotiques, on considérait jusqu'à ces dernières années comme parfaitement

([1]) Séance du 22 février 1915.

établi que par elle-même une plante vasculaire est absolument incapable d'effectuer la synthèse de substances protéiques à partir de l'azote libre.

Des doutes viennent d'être émis au sujet de cette notion; d'une part, Jamieson ([1]) a cru pouvoir avancer que l'azote de l'air est absorbé et utilisé par certains poils qui fonctionneraient comme agents de synthèse des substances protéiques; d'autre part, Mameli et Pollacci ([2]), sans admettre les vues de Jamieson sur le mécanisme même du phénomène, ont trouvé, dans des végétaux cultivés aseptiquement, une quantité d'azote organique plus considérable que celle qui correspond à la somme de l'azote contenu dans la plantule et de l'azote combiné emprunté à la solution nutritive; les auteurs arrivent ainsi à adopter les conclusions de G. Ville, celles dont Boussingault paraissait avoir démontré l'inexactitude.

Œs ([3]) a rapporté depuis l'assimilation de l'azote libre par l'*Azolla*, dans les expériences de Mameli et Pollacci, à l'existence d'*Anabæna*, Algue vivant en symbiose avec la plante cultivée; mais il reste toute une série de plantes considérées par les savants italiens, pour lesquelles on ne connaît aucune association de ce genre et qui auraient également fixé de l'azote libre. Parmi ces plantes figure le Radis (*Raphanus sativus*); les auteurs italiens ont montré qu'en culture aseptique, ou du moins considérée comme telle, à l'abri de l'ammoniaque et de l'acide azotique de l'air, un échantillon de cette espèce peut contenir un excès de $7^{mg},9$ d'azote par rapport à celui qui est contenu dans la graine et celui qui provient de la solution.

La question est d'importance et j'ai cherché à me faire à son égard une opinion personnelle. J'ai procédé à des cultures rigoureusement aseptiques de Radis, ensemencés sur de la ponce granulée imbibée d'une solution dont la composition était la suivante :

Eau distillée	1000
Sulfate de magnésium	0,25
Chlorure d'ammonium	0,50
Chlorure de potassium	0,25
Phosphate monocalcique	0,25
Sulfate ferreux	traces
Glucose pur	50

---

(1) Jamieson, *Utilisation of nitrogen in air by plants* (*Agric. Research Assoc.*, 81, 1905).

(2) Mameli e Pollacci, *Sull'assimilazione diretta dell'azoto atmosferico libero nei vegetali* (*Atti Ist. bot. Pavia*, 2e série, t. 14, 1911, p. 159-257).

(3) Œs, *Ueber die Assimilation des freien Stickstoffs durch Azolla* (*Zeitschr. f. Bot.*, t. 5, 1913, p. 145).

Il en était introduit dans chaque tube de culture un volume exactement jaugé de 60^{cm^3}. Les expériences ont duré 7 semaines et ont été effectuées avec des graines dont le poids était compris entre 14^{mg} et 15^{mg}, ce qui correspondait, pour la plantule, à une teneur moyenne en azote de $0^{mg},66$.

D'autre part, j'ai constaté qu'on pouvait déplacer toute l'ammoniaque des liquides en présence de la ponce, à condition de pulvériser celle-ci et de recueillir à la distillation en présence de potasse un volume de liquide assez considérable; c'est de la sorte que le substratum a été analysé à la fin des cultures en ce qui concerne l'ammoniaque inutilisée.

La quantité d'azote introduite dans chaque tube à l'état de sel ammoniacal était de $7^{mg},83$; la plantule possédant $0^{mg},66$ d'azote il se trouve qu'on a introduit dans les cultures un poids total de $7,83 + 0,66 = 8^{mg},49$ d'azote. Il suffit de comparer ce nombre à celui qu'on obtient en additionnant l'azote ammoniacal restant dans la solution et l'azote total de la plante pour être fixé sur la possibilité d'une fixation de l'azote de l'air. Pour doser l'azote total des plantes j'ai employé la méthode de Kjeldahl.

Les résultats obtenus, en prenant toutes les précautions en ce qui concerne l'établissement du titre exact des solutions d'acide sulfurique et de potasse employées pour ce dosage (solutions normales étendues 50 fois), sont consignés dans le Tableau suivant qui se rapporte à 10 cultures différentes et à leur moyenne :

Numéros es échantillons.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Moyenne.
Azote de la solution au début..	4,52	2,92	4,14	3,23	3,09	3,10	4,02	2,98	3,97	3,38	3,53
Azote de la plante............	4,16	5,55	4,22	5,10	5,49	5,24	4,59	5,43	4,42	5,28	4,95
Azote final total..............	8,68	8,47	8,36	8,33	8,58	8,34	8,61	8,41	8,39	8,66	8,48
Différence avec l'azote initial total (8,49).................	+0,19	−0,02	−0,13	−0,16	+0,09	−0,15	+0,12	−0,08	−0,10	+0,17	−0,01

L'erreur possible portant sur l'évaluation de l'azote des graines, dont le poids peut varier de 1^{mg}, est de $0^{mg},05$; d'autre part, dans chacune des trois analyses acidimétriques, on peut évaluer à $0^{cm^3},2$ près le volume de potasse de la solution de $\frac{N}{50}$ déterminant le virage de l'indicateur employé (alizarine sulfonate de sodium), ce qui correspond encore pour chaque lecture à une erreur d'environ $0^{mg},05$; au total, l'erreur maxima est de $0^{mg},2$; on voit que jamais ce nombre n'est dépassé dans les résultats obtenus.

Je suis donc amené à conclure avec Boussingault que le Radis est incapable d'utiliser l'azote libre de l'air; à la vérité, je me suis placé, pour ces

premières expériences, dans des conditions un peu spéciales; les plantes ont toujours eu à leur disposition de l'azote combiné et, d'après Mameli et Pollacci, l'assimilation de l'azote de l'air serait favorisée par la faim de la plante en azote combiné; d'autre part, les plantes ont à leur disposition du glucose et, de ce fait, leur nutrition a été en grande partie saprophytique; je reviendrai prochainement sur ce qu'on observe dans diverses autres conditions, mais dès maintenant je puis avancer que les plantes provenant de graines mises à germer, en tubes fermés à l'ouate, sur une solution exempte dès le début d'azote combiné, n'ont jamais offert un poids d'azote supérieur à celui qui existait dans la graine. Il n'en est naturellement pas de même de plantes dont la tige a été amenée à se développer à l'air libre, la racine restant dans le liquide nourricier maintenu aseptique; on observe alors une augmentation de l'azote dans la plante, due à l'azote combiné de l'air; mais, même dans ces conditions, je n'ai pu observer qu'une augmentation de $1^{mg},32$ pour des plantes parvenues à la limite extrême de leur développement, augmentation bien inférieure à celle ($7^{mg},9$) que Mameli et Pollacci ont signalée dans leurs cultures.

TOXICOLOGIE. — *Sur un emploi de la frigorification en analyse toxicologique.* Note de M. **Georges-A. Le Roy**, présentée par M. Charles Moureu.

On sait que, dans les opérations de l'analyse toxicologique, il faut mettre en état d'extrême division les matières (organes, viscères, etc.) à traiter par les réactifs, que ceux-ci soient des acides destinés à fluidifier ou détruire la matière organique, ou que ce soient des dissolvants neutres (alcool, éther, etc.) utilisés pour isoler les produits alcaloïdiques.

Pour réaliser cette division des matières on se sert de hachoirs, ou, mieux, d'appareils spéciaux pour réduire la viande en pulpe.

Cependant certains viscères ou organes, surtout s'ils ont subi une décomposition avancée, se hachent avec difficulté, étant donné leur état pâteux et élastique.

Ayant rencontré ces difficultés à l'occasion d'analyses toxicologiques, j'ai cherché le moyen de les pallier. A cet effet, j'ai imaginé de soumettre les matières à une frigorification suffisante, pour réaliser leur complète congélation et leur donner ainsi un état de consistance tel que l'action des lames du hachoir devienne facile et efficace. Par ce moyen, j'ai obtenu,

sans difficulté, la mise en pulpe neigeuse, à l'orifice d'éjection du hachoir, des matières ainsi amenées à un état de complète homogénéité et d'extrême division, et, par conséquent, aptes à être fluidifiées par l'acide, ou lessivées par le dissolvant neutre.

Pour réaliser la congélation, je place pendant quelques heures (de 10 à 24 heures) les matières à traiter dans l'un des compartiments d'une armoire frigorifique de laboratoire, amené à la température de — 6° à — 10° C. La masse ainsi congelée « à cœur », est rapidement passée au hachoir. Au besoin on congèle à nouveau pour repasser au hachoir. Ce dernier appareil peut être assujetti dans le compartiment frigorifique, de façon à effectuer l'opération dans une ambiance refroidie, et éviter une décongélation prématurée.

A défaut d'armoire frigorifique, l'analyste pourrait faire appel au concours soit d'une usine frigorifique travaillant par congélation des denrées périssables, de façon à pouvoir utiliser une chambre froide, soit d'une fabrique de glace artificielle (comme il en existe maintenant dans nombre de villes), de manière à pouvoir placer la caisse étanche renfermant les matières, dans le bain de saumure des mouleaux, qui travaille habituellement, on le sait, de — 6° à —10° C. Enfin l'analyste peut réaliser la congélation au moyen d'un des mélanges réfrigérants classiques.

Ce procédé a, par ailleurs, l'avantage appréciable d'atténuer, dans une large mesure, les côtés nauséabonds du hachage de viscères et analogues, opération très désagréable pour l'expert toxicologue, quand le devoir professionnel l'astreint à travailler sur des matières putréfiées.

A 15 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures un quart.

A. Lx.